

Prof. Dr. Alfred Toth

Stufen und Typen in der logischen Semiotik von Georg Klaus V

1. Wir gehen aus von dem in Toth (2012) vorgeschlagenen, auf der Semiotik von Georg Klaus (1965, 1973) basierenden und vereinfachten semiotischen Stufen-Typen-Schema

⋮		⋮		⋮
{{M}}		{{Z}}		{{O}}
U		U		U
{M}		{Z}		{O}
U		U		U
M		Z		O
Σ°		Z°		Ω°
Σ				Ω
		\mathcal{U} .		

Dieses lässt sich als von Neumann-Hierarchie darstellen. Es seien

$$V_0 := \emptyset$$

$$V_{\alpha+1} := \wp(V_\alpha)$$

$$V_\lambda := \bigcup_{\alpha < \lambda} V_\alpha \text{ für Limes-Ordinalzahlen } \lambda.$$

Dann kann man den Stufen und Typen des semiotischen Schemas wie folgt von Neumann-Zahlen zuordnen

$$V_1 = \{\emptyset\}$$

$$V_2 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$$

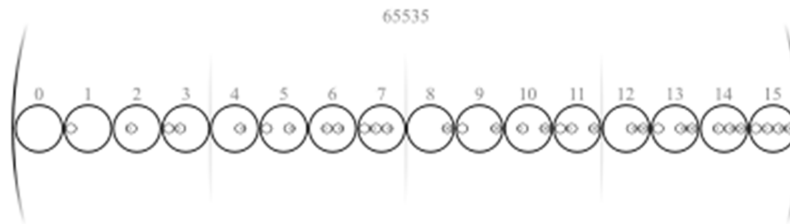
$$V_3 = \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \text{ usw.}$$

Beginnend mit der leeren Menge, durch die also alle Zahlen darstellbar sind, haben wir es hier mit sog. hereditären Mengen zu tun, deren kumulative Hier-

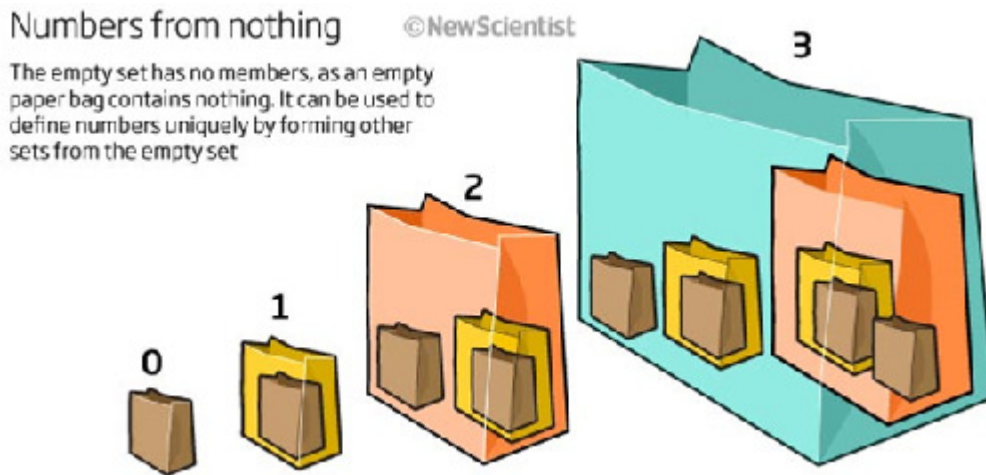
archie durch das sog. Reflektionsprinzip garantiert wird. Dieses lautet in der Formulierung von Ebbinghaus (1994, S. 171):

Reflektionsprinzip: Für jedes $\varphi(x)$ gilt: $\forall x \exists \alpha (x \in V_\alpha \wedge V_\alpha \text{ spiegelt } \varphi(x))$.

Die von Neumann-Zahlen bzw. deren Mengen läßt sich folgendermaßen darstellen (aus: Wikipedia-Artikel "nested sets"):



Zu jeder mengentheoretischen Formel φ gibt es also eine Ordinalzahl α , so daß φ von V_α gespiegelt wird. Eine sehr suggestive Illustration bietet das folgende Diagramm (aus: transcurve.net)



2. Nun beruht bekanntlich die Klausische Semiotik auf der Isomorphie von Signifikanten- und Signifikatsseite, d.h. wir benötigen nicht nur eine, sondern zwei Hierarchien hereditärer Mengen:

$$V_1 = \{\emptyset_1\}$$

$$W_1 = \{\emptyset_2\}$$

$$V_2 = \{\emptyset_1, \{\emptyset_1\}\}$$

$$W_2 = \{\emptyset_2, \{\emptyset_2\}\}$$

$$V_3 = \{\emptyset_1, \{\emptyset_1, \{\{\emptyset_1\}, \{\emptyset_1, \{\emptyset_1\}\}\}\}$$

$$W_3 = \{\emptyset_2, \{\emptyset_2, \{\{\{\emptyset_2\}, \{\emptyset_2, \{\emptyset_2\}\}\}\}\}$$

⋮

⋮

Es gilt somit

$$V_\alpha \cong W_\alpha,$$

und wir können das semiotische Stufen-Typen-Schema unter Weglassung des präsemiotischen Bereichs wie folgt darstellen:

$$\begin{array}{l}
 \vdots \\
 \{\{Z\}\}_{\{\emptyset 1, \{\emptyset 1, \{\{\emptyset 1\}, \{\emptyset 1, \{\emptyset 1\}\}\}} \\
 \cup \\
 \{Z\}_{\{\emptyset 1, \{\emptyset 1\}\}} \\
 \cup \\
 Z_{\{\emptyset 1\}}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \vdots \\
 \{\{O\}\}_{\{\emptyset 2, \{\emptyset 2, \{\{\emptyset 2\}, \{\emptyset 2, \{\emptyset 2\}\}\}} \\
 \cup \\
 \{O\}_{\{\emptyset 2, \{\emptyset 2\}\}} \\
 \cup \\
 O_{\{\emptyset 2\}}
 \end{array}$$

Allerdings dürfte dieses Modell der Indizierung der semiotischen Stufen und Typen durch von Neumann-Zahlen kaum zutreffen, denn der präsemiotische Bereich bewirkt eine Nicht-Isomorphie zwischen von Neumann-Zahlen und semiotischen Stufen und Typen:

$$\begin{array}{l}
 \vdots \\
 Z \\
 Z^\circ
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \vdots \\
 O \\
 \Omega^\circ_{\{\emptyset, \{\emptyset, \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}} \\
 \cup \\
 \Omega_{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}} \\
 \cup \\
 \mathfrak{U}_{\{\emptyset\},}
 \end{array}$$

d.h. also, daß die erste semiotische Stufe $S = [Z, O]$ bereits mit der von Neumann-Zahl 4 indiziert werden muß. Eine gewisse Bekräftigung dieses Ergebnisses findet sich in Götz's Behandlung der Präsemiotik, die nach dem Vorbild der Peirceschen Semiotik trichotomisch unterteilt wird (vgl. Götz 1982, S. 4, 28).

Literatur

Ebbinghaus, Heinz Dieter, Einführung in die Mengenlehre. 3. Aufl. Mannheim 1994

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Klaus, Georg, Spezielle Erkenntnistheorie. Berlin 1965

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Toth, Alfred, Stufen und Typen in der logischen Semiotik von Georg Klaus I-III.

In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

17.7.2012